

The Project for Human Resource Development Scholarship
by Japanese Grant Aid (JDS)
人材育成奨学計画 (JDS)

Basic Mathematics Aptitude Test
数学基礎試験

2018

Solution

Note:

- You have 60 minutes to complete.
- No calculators are allowed.
- Show all your work and write your answers in the designated space.
- Part I and Part II are ‘Basic Math,’ and Part III and Part IV are ‘Applied Math.’
- The test result is for the reference purpose.

Name : _____

(Please show all your work here and write your answers in the designated space)

[PART I] 以下の計算をなさい。

1. $5 + 2 \times (3 - (1 - 2))$

$$= 5 + 2 \times (3 - (-1)) = 5 + 8 = 13$$

Answer : 13

2. $\left(1 + \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} \div \frac{2}{15}\right) + \frac{5}{2}$

$$= \left(1 + \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{15}{2}\right) + \frac{5}{2} = 3 + \frac{5}{2} = \frac{11}{2}$$

Answer : $\frac{11}{2}$

3. $(\sqrt{2} - \sqrt{12}) \times (\sqrt{2} + \sqrt{12})$

$$= 2 - 12 = -10$$

Answer : -10

4. $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{16}\right)^{0.25}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{9}\right)^{-1}$

$$= \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^1\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{9} = \frac{1}{36}$$

Answer : $\frac{1}{36}$

(Please show all your work here and write your answers in the designated space)

[PART II] 以下の問題を解きなさい。

1. 以下の方程式を解きなさい。

$$\frac{15 - z}{2} = 2z$$

$$4z = 15 - z \rightarrow 5z = 15 \rightarrow z = 3$$

Answer : z = 3

2. 以下の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} -0.5x + 3y &= 9.5 \\ -x + 2y &= 7 \end{aligned}$$

$$x = -1, y = 3$$

Answer : x = -1, y = 3

3. (x,y)座標にある直線の方程式を考える。この直線は二つの点(1,2)と(a,3)を通る。また、この直線の傾きは3である。このとき、aの値を求めなさい。

The straight line is described by $y = 3x - 1$. Since the line passes through (a,3), it must hold that $3 = 3a - 1$. Thus, $a = \frac{4}{3}$.

Answer : a = $\frac{4}{3}$

4. 以下の計算をしなさい。

$$\sum_{m=1}^{100} (m - 1)$$

$$\sum_{m=1}^{100} (m - 1) = \frac{100(101)}{2} - 100 = 5050 - 100 = 4950.$$

Answer : 4950

(Please show all your work here and write your answers in the designated space)

[PART III] 以下の問題を解きなさい。

1. 以下の方程式を解きなさい。

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x = 0, \frac{3}{4}$$

$$\text{Answer : } \quad x = 0, \frac{3}{4}$$

2. 以下の不等式を解きなさい。

$$\log_{10}x < 3$$

Since $\log_{10}x < 3 = \log_{10}1000$, we obtain $0 < x < 1000$

$$\text{Answer : } \quad 0 < x < 1000$$

3. 以下の不等式を満たす最小の整数値を求めなさい。

$$\sum_{k=1}^x \left(\frac{1}{2}\right)^{1-k} > 60$$

$$2^x - 1 > 60 \rightarrow 2^x > 61 \rightarrow x = 6$$

$$\text{Answer : } \quad x = 6$$

4. 以下の5つの値を考える。

$$\{-1, 4, 2x, -x, 5\}.$$

これらの5つの値の平均値が $2x$ である時、中央値 (メディアン) を求めなさい。

$$\frac{-1+4+2x-x+5}{5} = 2x \rightarrow \frac{x+8}{5} = 2x \rightarrow x+8 = 10x \rightarrow 9x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{9} \rightarrow$$

$$\{-1, 4, \frac{16}{9}, -\frac{8}{9}, 5\} \rightarrow \text{median is } \frac{16}{9}.$$

$$\text{Answer : } \quad \text{median} = \frac{16}{9}$$

(Please show all your work here and write your answers in the designated space)

[PART IV] 以下の問題を解きなさい。

1. 以下の一階微分を求めなさい。

$$y = \sqrt{2x}$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{2x}} = \sqrt{\frac{1}{2x}} = (2x)^{-\frac{1}{2}}$$

Answer : $y' = (2x)^{-\frac{1}{2}}$

2. 以下の方程式を解きなさい。

$$\int_{-5}^z x dx = 0$$

Function $f(x)=x$ is odd function. Thus, $z = \pm 5$.

Answer : $Z = \pm 5$

3. 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ 及び $B = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$ を考える。 $A - B$ の行列式の値がゼロであるとき、 λ の値を求めなさい

$$\det(A - B) = (1 - \lambda)^2 - 16 = 0 \rightarrow \lambda = -3, 5$$

Answer : $\lambda = -3, 5$

4. 関数 $C(x) = x \log_e x$ を考える。但し、 $x > 0$ とする。この関数の値を最小化させる x の値を求めなさい。(注: e は自然対数の底を表す)

$$\text{The first-order condition is: } C' = \log_e x + 1 = 0 \rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

Answer : $x = \frac{1}{e}$

[PART V] 以下の問題を解きなさい。

1. 以下の一階微分を求めなさい。

$$f(\theta) = (\sin\theta)^2.$$

Solution

$$f'(\theta) = 2\sin\theta\cos\theta.$$

Answer : $f'(\theta) = 2\sin\theta\cos\theta.$

2. 数列 $\{a_k\}_{k=1}^{\infty}$ が $a_k = (2r)^{k-1}$ を満たす。以下の方程式を満たす r を求めなさい。

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 10$$

Solution

$$\text{We have } \sum_{k=1}^{\infty} a_k = \sum_{k=1}^{\infty} (2r)^{k-1} = \frac{1}{1-2r} = 10 \rightarrow r = \frac{9}{20}$$

Answer : $r = \frac{9}{20}$

3. 二つのベクトル $\vec{a} = (3 - x, 1)$ 及び $\vec{b} = (x, -2)$ が直交している。このときの x の値を求めなさい。

Solution

The inner product of $\vec{a} = (3 - x, 1)$ and $\vec{b} = (x, -2)$ must be zero.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x(3 - x) - 2 = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0.$$

Thus, $x = 1, 2$.

Answer : $x = 1, 2$

4. 円周上にある 8 点を考える。このうち 3 点を用いて三角形を作成する。何通りの三角形が考えられるのかを求めなさい。

Solution

$${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56.$$

Answer : 56