

The Project for Human Resource Development Scholarship  
by Japanese Grant Aid (JDS)

Basic Mathematics Aptitude Test  
2019

Solution

Note:

- You have 60 minutes to complete.
- No calculators are allowed.
- Show all your work and write your answers in the designated space.
- Part I and Part II are 'Basic Math,' and Part III and Part IV are 'Applied Math.'

*Name :* \_\_\_\_\_

(Please show all your work here and write your answers in the designated space)

[PART I] 以下の計算をなさい。

$$\begin{aligned} 1. \quad & (1 - 3) \times (-5) \times (2 - (1 - 3)) \\ & = (-2) \times (-5) \times 4 = 40 \end{aligned}$$

*Answer :* 40

$$\begin{aligned} 2. \quad & \left(\frac{7}{5} \div \frac{2}{15} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} - \frac{5}{2} \\ & = \left(\frac{7}{5} \times \frac{15}{2} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} - \frac{5}{2} = \left(\frac{21}{2} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} - \frac{5}{2} = \frac{10}{3} - \frac{5}{2} = \frac{20 - 15}{6} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

*Answer :*  $\frac{5}{6}$

$$\begin{aligned} 3. \quad & (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{24} \\ & = 3 - 2\sqrt{6} + 2 + \sqrt{24} = 5 - 2\sqrt{6} + \sqrt{24} = 5 - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 5 \end{aligned}$$

*Answer :* 5

$$\begin{aligned} 4. \quad & \left(\left(\frac{1}{8}\right)^{-1} \div \left(\frac{1}{16}\right)^{0.5}\right)^{-3} \div \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ & = (2^3 \div 2^{-2})^{-3} \div \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 2^{-15} \times 9 = \frac{9}{32768} \end{aligned}$$

*Answer :*  $\frac{9}{32768}$

(Please show all your work here and write your answers in the designated space)

[PART II] 以下の問題を解きなさい。

1. 以下の方程式を解きなさい。

$$\frac{5-w}{2w} = 3$$

$$6w = 5 - w \rightarrow 7w = 5 \rightarrow w = \frac{5}{7}$$

*Answer :*  $w = \frac{5}{7}$

---

2. 以下の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} -x + 3y &= 7 \\ -2x + 2y &= 6 \end{aligned}$$

$$x = -1, y = 2$$

*Answer :*  $x = -1, y = 2$

---

3.  $(x, y)$ 座標にある直線の方程式を考える。この直線は二つの点 $(0, a)$ と $(b, 0)$ を通る。また、 $2a = 3b$  及び  $a \neq 0$ を満たす。この直線の傾きを求めなさい。

The slope of the straight line is described by  $-\frac{a}{b} = -\frac{a}{\frac{2a}{3}} = -\frac{3}{2}$ . Thus, the slope is  $-\frac{3}{2}$ .

*Answer :*  $-\frac{3}{2}$

---

4. 以下の方程式を解きなさい。

$$|x - 5| = 3$$

$$x - 5 = \pm 3 \rightarrow x = 2, 8$$

*Answer :*  $x = 2, 8$

---

(Please show all your work here and write your answers in the designated space)

[PART III] 以下の問題を解きなさい。

1. 以下の不等式を解きなさい。

$$8x^2 - 5x < 9x - 3$$

$$(4x - 1)(2x - 3) = 8x^2 - 14x + 3 < 0 \rightarrow \frac{1}{4} < x < \frac{3}{2}$$

$$\text{Answer : } \frac{1}{4} < x < \frac{3}{2}$$

---

2. 以下の方程式を解きなさい。

$$\log_2(x) = \log_2(6x - 5)$$

$$x = 6x - 5 \rightarrow x = 1$$

$$\text{Answer : } x = 1$$

---

3. 以下の不等式を満たす最小の整数値を求めなさい。

$$\sum_{k=1}^x \left(\frac{k}{x}\right) > 100$$

$$\frac{1}{x} \sum_{k=1}^x k > 100 \rightarrow \frac{1}{x} \frac{x(x+1)}{2} > 100 \rightarrow \frac{x+1}{2} > 100 \rightarrow$$

$$x + 1 > 200 \rightarrow x > 199 \rightarrow 200$$

$$\text{Answer : } 200$$

---

4. 以下の5つの値を考える。

$$\{-10, 25, 30, -25, 0\}.$$

これらの5つの値の平均値が $\log_3(x)$ である時、 $x$ の値を求めなさい。

$$\frac{-10+25+30-25+0}{5} = 4 = \log_3(x) \rightarrow x = 3^4 \rightarrow x = 81$$

$$\text{Answer : } x = 81$$

---

(Please show all your work here and write your answers in the designated space)

[PART IV] 以下の問題を解きなさい。

1. 以下の一階微分を求めなさい。(注:  $e$  は自然対数の底を表す)

$$y = x^3 + e^{3x} + \log_e x$$

$$y' = 3x^2 + 3e^{3x} + \frac{1}{x}$$

$$\underline{\text{Answer : } y' = 3x^2 + 3e^{3x} + \frac{1}{x}}$$

2. 以下の方程式を解きなさい。

$$\int_0^{2z} e^x dx = e^{z+5} - 1$$

$$\int_0^{2z} e^x dx = e^{2z} - 1 = e^{z+5} - 1. \text{ Thus, } e^{2z} = e^{z+5} \rightarrow 2z = z + 5 \rightarrow z = 5.$$

$$\underline{\text{Answer : } z = 5}$$

3. 行列  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  及び  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  を考える。行列  $A^{-1}B$  を求めなさい。

$$\det(A) = 1 - 2 = -1 \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1}B =$$
$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\text{Answer : } \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}}$$

4. 関数  $F(x, y) = xy$  を考える。  $x + y = 10$  を満たすとき、この関数の値を最大化する  $(x, y)$  を求めなさい。

$$F(x, y) = xy = x(10 - x). \text{ The first-order condition is: } 10 - 2x = 0 \rightarrow$$
$$x = 5, y = 5.$$

$$\underline{\text{Answer : } x = 5, y = 5}$$

[PART V] 以下の問題を解きなさい。

1. 以下の一階微分を求めなさい。

$$f(x) = 5\sin(5x).$$

**Solution**

$$f'(x) = 5 \cos(5x) \times 5 = 25 \cos(5x).$$

---

*Answer :*  $25 \cos(5x)$

2. 数列  $\{a_k\}_{k=1}^{\infty}$  が  $a_k = r^{1-k}$  を満たす。以下の方程式を満たす  $r$  を求めなさい。

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 10$$

**Solution**

$$\text{We have } \sum_{k=1}^{\infty} a_k = \sum_{k=1}^{\infty} r^{1-k} = \frac{1}{1-1/r} = \frac{r}{r-1} = 10 \rightarrow r = 10r - 10 \rightarrow r = \frac{10}{9}$$

---

*Answer :*  $r = \frac{10}{9}$

3. 二つのベクトル  $\vec{a} = (x, 1)$  及び  $\vec{b} = (2, y - 2)$  が直交し、かつ、 $x + y = 4$  を満たしている。このとき、 $x$  と  $y$  の値を求めなさい。

**Solution**

The inner product of  $\vec{a} = (x, 1)$  and  $\vec{b} = (2, y - 2)$  must be zero.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2x + y - 2 = 0.$$

Since  $x + y = 4$ , we have  $x = -2, y = 6$ .

Answer :  $x = -2, y = 6$

4. 一つの部屋に大人 12 人と子供 10 人がいる。この中から大人 1 人及び子供 2 人の合計 3 人を選ぶ。何通りの選び方があるのか答えなさい。

**Solution**

$${}_{10}C_2 \times {}_{12}C_1 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} \times 12 = 540.$$

Answer : 540